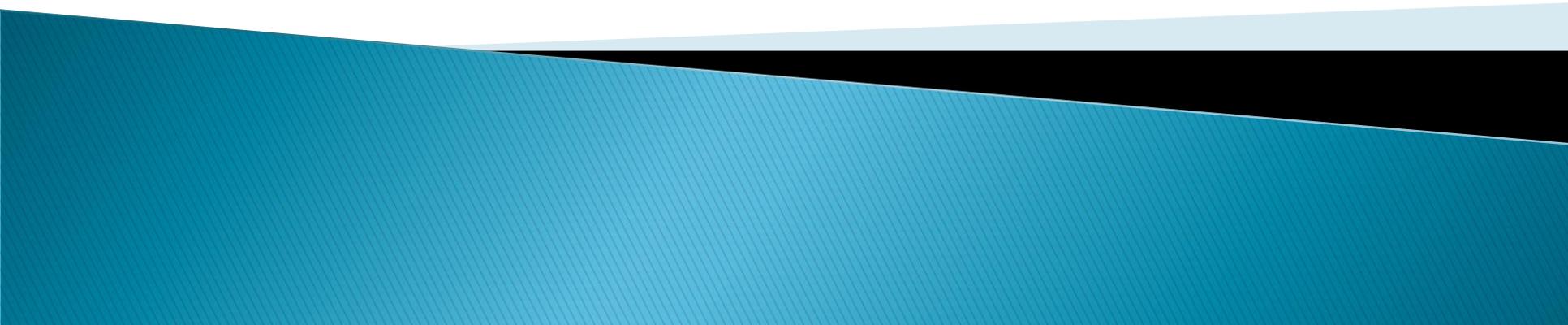


Digitale, internetgestützte
Lernumgebung
„Exponentialfunktion und
Eulersche Zahl“

Kirsten Rottmann



II. Digitale, internetgestützte Lernumgebungen

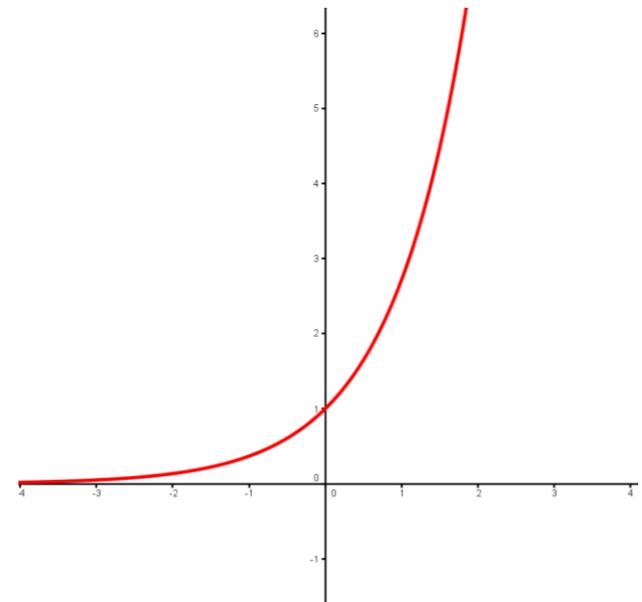
- ▶ Lernumgebung: Gesamtheit aller Medien, die dem Lernenden zur Verfügung stehen
- ▶ digital, internetgestützt

Begründung:

- ▶ Konstruktivistischer Lernbegriff: Lernen als selbstständiger Konstruktionsprozess von Wissen
- ▶ hohe Schüleraktivierung
- ▶ Binnendifferenzierung
- ▶ Individuelle Beratung

Zentrales Lernziel

- ▶ Die Schülerinnen erarbeiten selbstständig Eigenschaften des mathematischen Modells des exponentiellen Wachstums, insbesondere die Ableitung der Exponentialfunktion mit beliebiger Basis und mit der Basis e , leiten die Eulersche Zahl her und benennen Charakteristika.



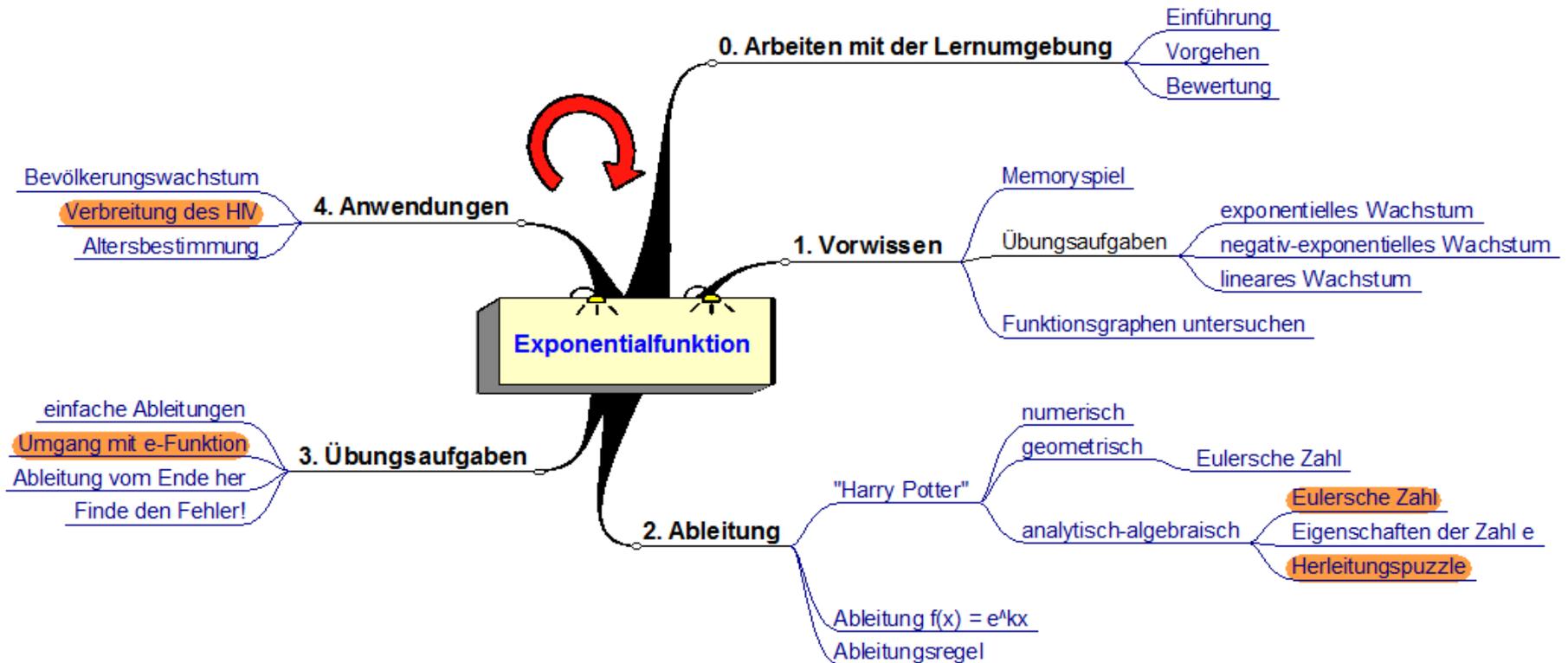
Organisation

- ▶ GK 12 (G9)
- ▶ Zeitraum: 12 Unterrichtsstunden + Hausaufgaben
- ▶ 1–4 Schülerinnen pro Computer (je nach Phase)
- ▶ Fortschrittsblatt + Heft = „Lerntagebuch“
- ▶ Tipps und Hinweise bei einigen Aufgaben
- ▶ Verwendete Programme:
Geogebra (DGS), Excel (TK), Word (Textverarbeitung),
Hot Potatoes (Autorensystem), Mind Manager Smart,
Internet-Explorer

Aufbau und Themenschwerpunkte der Lernumgebung

- ▶ Lernumgebung

Aufbau und Themenschwerpunkte der Lernumgebung



Digitale Arbeitsblätter / Dynamische Arbeitsblätter

- ▶ vorgegebene Konstruktionen und interpretierende Aufgabenstellungen, ggf. Hilfestellungen
- ▶ sichere Ausgangsposition
- ▶ Fokus verschiebt sich vom Konstruieren **von** Figuren hin zum Arbeiten **mit** Figuren, Experimentieren, Deuten von Ortslinien, Entdecken von Eigenschaften
...
- ▶ Beispiel: [Herleitung der Eulerschen Zahl mit Excel-Schiebereglern](#)

Beispiel: Herleitung der Eulerschen Zahl mit Excel

Erkenntnisschritte

- ▶ Differentialquotient: $f(x) = a^x \Rightarrow f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^{x+h} - a^x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^x \cdot a^h - a^x}{h}$
 $= f(x) \cdot f'(0)$
- ▶ Also $f'(x)$ proportional zu $f(x)$
- ▶ Bestimme $f'(0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^h - 1}{h}$
- ▶ Mithilfe des Schiebereglers: Bestimme a so, dass $f'(0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^h - 1}{h} = 1$
und damit insbesondere $f(x) = f'(x)$
 $a \approx 2,71$
- ▶ Bezeichnung dieser gefundenen Zahl als „Eulersche Zahl“ und Definition
- ▶ Vertiefung / Fortführung:
 - Java Applet aus dem Internet: Exponentialfunktion graphisch suchen
 - Herleitungspuzzle (formal)

Eine der Systematisierungen

- ▶ Formale Herleitung der Eulerschen Zahl

[Herleitungspuzzle](#)

Anwendungsaufgabe 2: HIV-Infektion

- ▶ produktives Üben: selbstständige Erarbeitung einer Modellierungsaufgabe in realen Sachkontexten
- ▶ Offene und komplexe Aufgabe
- ▶ [Aufgabentext](#)
- ▶ Daten recherchieren (u.a. mittels angeg. Links)
- ▶ Modell entwickeln (GTR)
- ▶ Prüfen: Grenzen des Modells
- ▶ Überarbeitung des Modells (z.B. zeichnerisch)
- ▶ **Ergebnis einer Gruppe:**



VERBREITUNG DES HIV

Bestimmung der Wachstumsfunktion:

Anzahl der HIV-Infizierten:

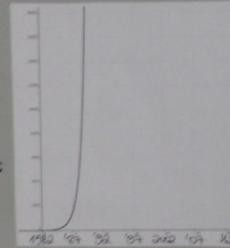
1982: 4
 1983: 35
 1984: 94
 1985: 320
 1986: 691
 1987: 1529
 1988: 2543

Taschenrechner

Wachstumsfunktion:

$$f(t) = 8,9 \cdot e^{1,03t}$$

$$\Leftrightarrow f(t) = 8,9 \cdot 2,8^t$$



Wachstumsgeschwindigkeit
(Anzahl der Neuinfizierten pro Jahr)

$$f'(t) = 8,9 \cdot \ln(2,8) \cdot 2,8^t$$

$$= 9,16 \cdot 2,8^t$$

1982 : $f'(0) = 9,16$ ✓

1988 : $f'(6) = 4414$ ✓

2008 : $f'(26) = 3,8 \cdot 10^{12}$
3,8 Billionen

! unrealistisch !

Prognose für 2008:

$$f(26) = 3,76 \cdot 10^{12}$$

$$= 3760000000000$$

Deutschland hat aber nur 82000000 Menschen!

→ Modell trifft nicht mehr zu!

Ursachen:

- Aufklärungskampagnen
- es können maximal 82000000 Menschen infiziert werden

Tatsächliche Werte 2008:

Bevölkerung BRD: 82,2 Millionen
davon über 15 Jahre: 86% → 70692000

Anteil HIV-Infizierter Erwachsene:
0,1%
→ 70692000 · 0,001 = 70692



Prognose 2030:

Wachstumsrate BRD: -0,2%

$$f_2(t) = 70692000 \cdot 0,998^t$$

$$f_2(22) = 67646008$$

67646008 · 0,001 = 67646
weniger Infizierte, weil weniger Menschen

Vergleich mit anderen Ländern:

- Botswana:

Bevölkerung: 1,8 Millionen
HIV-Infizierte: 23,9%



$$1800000 \cdot 0,239 = 420200$$

6x höher als in Deutschland!

- Tansania: 6,2%

- Togo: 3,3%

- USA: 0,6%

VON: [REDACTED]

Vielen Dank!

